

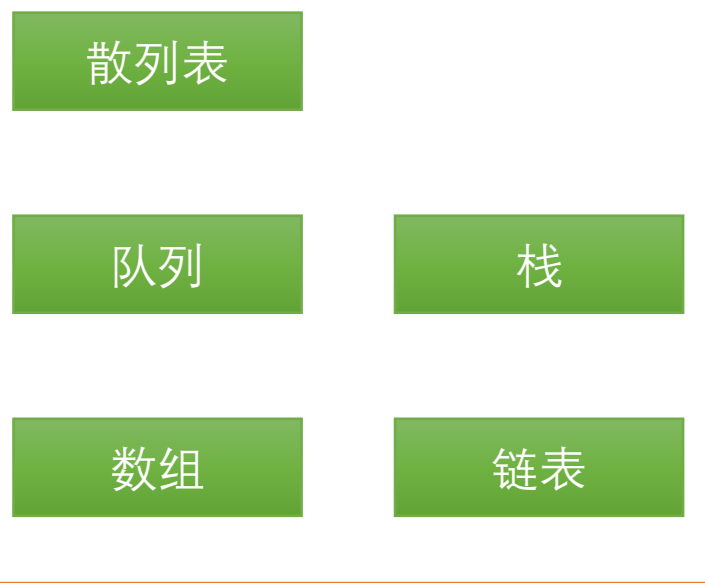
深入理解红黑树算法

主要内容

- 《数据结构与算法》基础
- 树的概念
- 二叉搜索树
- 树的旋转
- 学习红黑树
- Q & A

《数据结构与算法》基础

数据结构



线性结构



非线性结构

算法

针对解决某一类问题的 **规律 or 套路**

举例：

$$1+2+3+4+5+ \dots + 100 = ?$$

如何实现数组的快速排序

下棋怎么才能赢



算法的评判标准

时间复杂度

- ◆ 程序执行的 **耗时** 长短
- ◆ 程序基本操作执行次数
- ◆ 常用时间复杂度

$O(1)$
 $O(\log_2 n)$
 $O(n)$
 $O(n^2)$

} **for**

空间复杂度

- ◆ 算法存在中间数据
- ◆ 程序占用内存多少
- ◆ 常用空间复杂度

$O(1)$ `int p = 0;`
 $O(n)$ `new int[];`
 $O(n^2)$ `new int[][];`

绝大多数，时间复杂度 更为重要一些，我们宁可多占一些内存，也要提升程序性能（速度）

拿 **空间** 换 **时间**

常见的算法

排序算法

时间复杂度 $O(n^2)$

冒泡排序

插入排序

选择排序

时间复杂度 $O(\log_2 n)$

快速排序

归并排序

希尔排序

时间复杂度 $O(n)$

计数排序

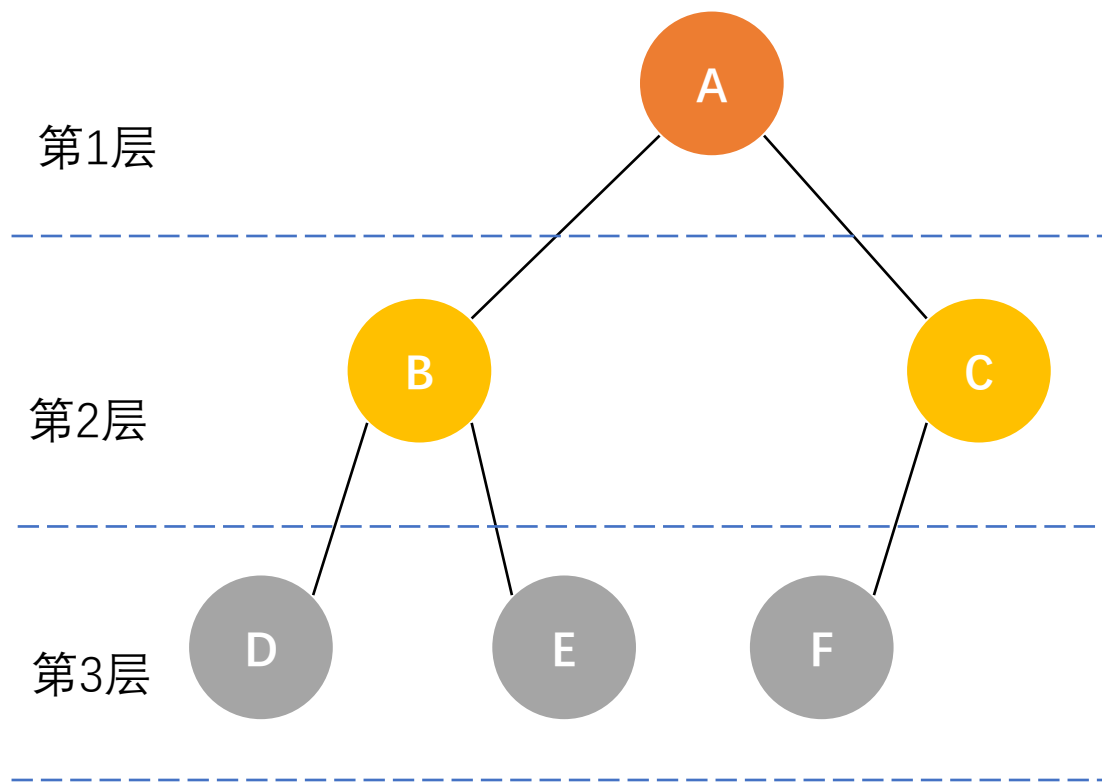
桶排序

查找算法



树的概念

二叉树的概念



树节点

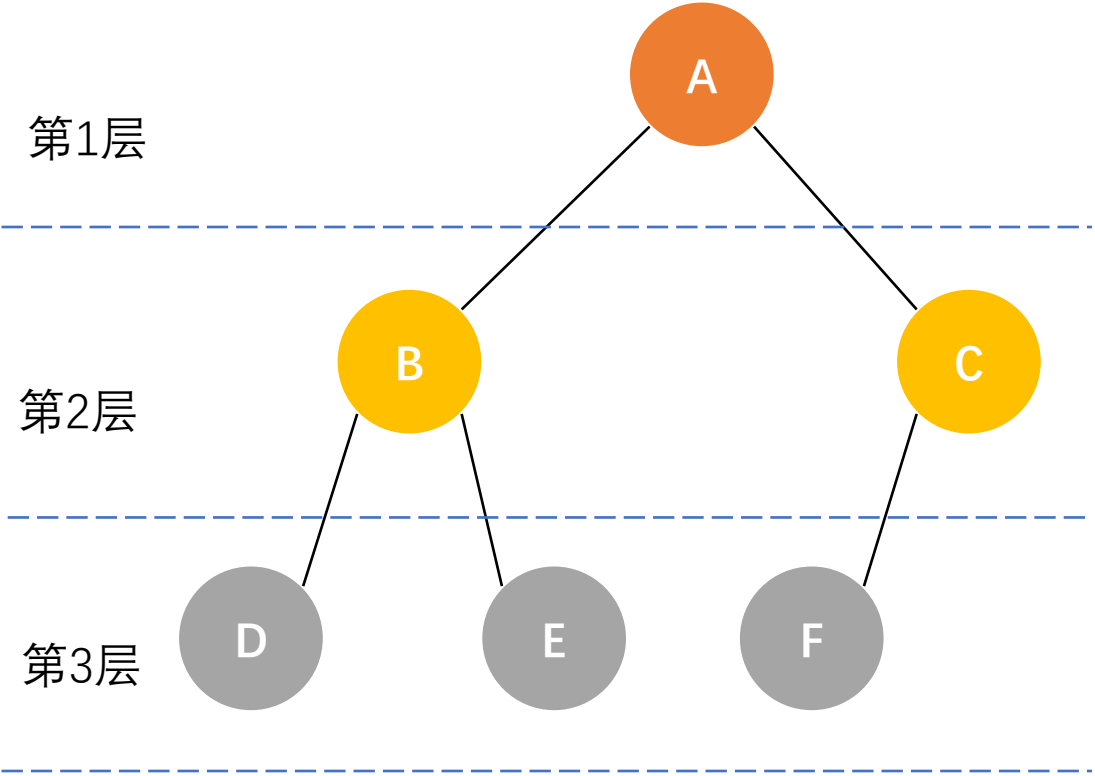
left	data	right
------	------	-------

- 根节点
- 叶子节点
- 树的深度
- 节点数量 (每层 $--2^{(i-1)}$)
- 完全二叉树
- 满二叉树

问题：有N个节点的 **完全二叉树** 的深度是多少

$$\lfloor \log_2 N \rfloor + 1$$

二叉树的遍历



前序遍历

根节点，左子树，右子树

ABDECF

中序遍历

左子树，根节点，右子树

DBEAFC

后序遍历

左子树，右子树，根节点

DEBFCA

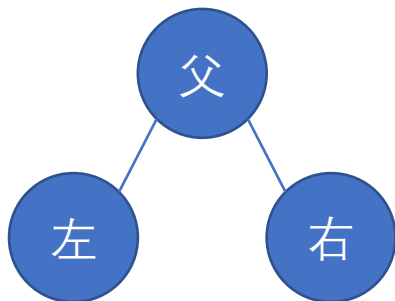
二叉搜索树

二叉搜索树

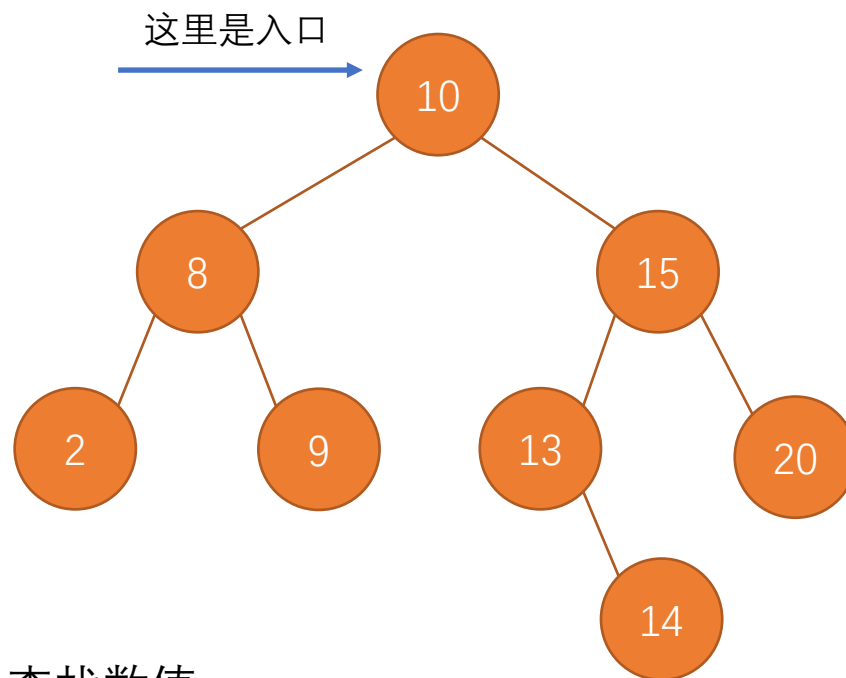
树节点



限制条件



左.data < 父.data < 右.data



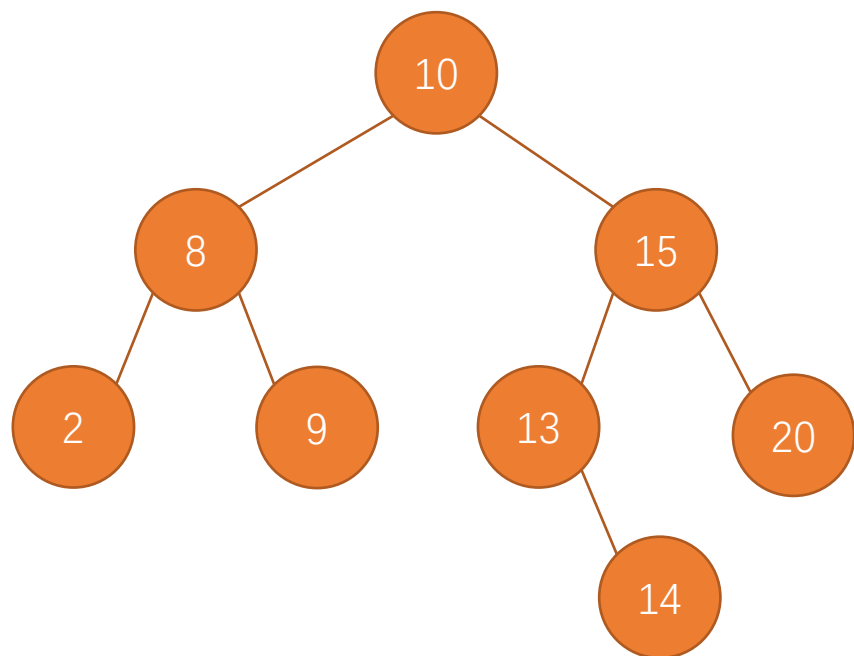
查找数值

- 查找数值9
- 查找最大/小

中序遍历

2, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 20
▲ ↑
后继

二叉搜索树



查找后继

- 查找10的后继
- 查找14的后继

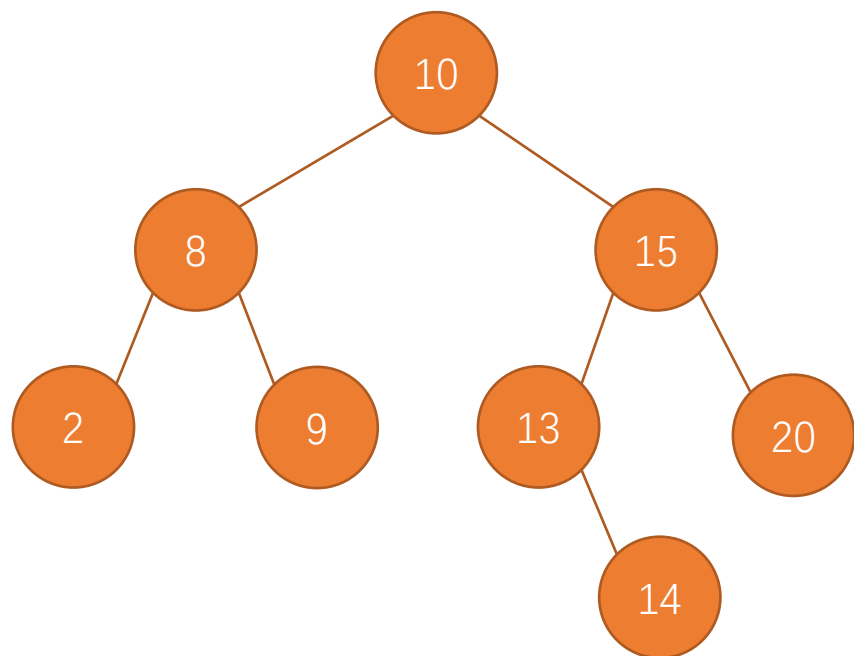
插入操作

- 新节点3

TREE-INSERT(T, z)

```
1  $y = \text{NIL}$ 
2  $x = T.\text{root}$ 
3 while  $x \neq \text{NIL}$ 
4    $y = x$ 
5   if  $z.\text{key} < x.\text{key}$ 
6      $x = x.\text{left}$ 
7   else  $x = x.\text{right}$ 
8  $z.p = y$ 
9 if  $y == \text{NIL}$ 
10    $T.\text{root} = z$  // tree T was empty
11 elseif  $z.\text{key} < y.\text{key}$ 
12    $y.\text{left} = z$ 
13 else  $y.\text{right} = z$ 
```

二叉搜索树



删除操作

- 没有孩子：2
- 一个孩子：13
- 两个孩子：8, 10

TREE-DELETE(T, z)

```
1  if  $z.left == \text{NIL}$ 
2      TRANSPLANT( $T, z, z.right$ )
3  elseif  $z.right == \text{NIL}$ 
4      TRANSPLANT( $T, z, z.left$ )
5  else  $y = \text{TREE-MINIMUM}(z.right)$ 
6      if  $y.p \neq z$ 
7          TRANSPLANT( $T, y, y.right$ )
8           $y.right = z.right$ 
9           $y.right.p = y$ 
10     TRANSPLANT( $T, z, y$ )
11      $y.left = z.left$ 
12      $y.left.p = y$ 
```

二叉搜索树

对于一棵深度为 h 的二叉搜索树（节点数 N ）

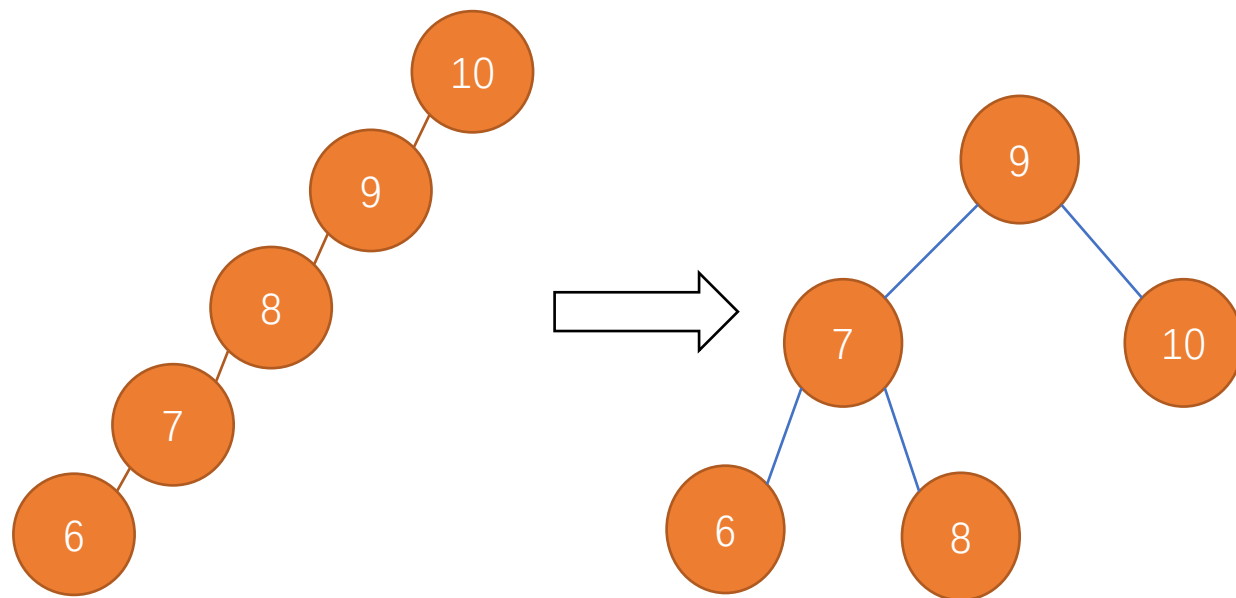
查找数值	$O(h)$
查找极值	$O(h)$
查找后继	$O(h)$
遍历操作	$O(N)$
插入操作	$O(h)$
删除操作	$O(h)$

注意：

h 不等于 $\lfloor \log_2 N \rfloor + 1$

想一想

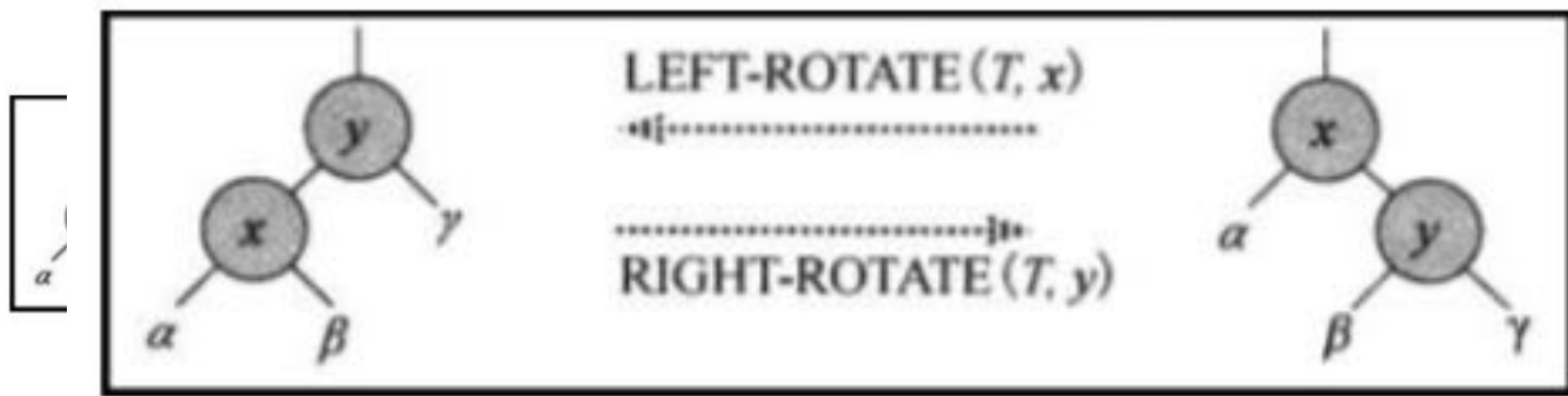
序列 10, 9, 8, 7, 6 构建二叉搜索树



树的旋转

树的旋转

树结构变化：是通过 **旋转** 来完成的



LEFT-ROTATE(T, x)

1 $y = x.right$

// set y

// turn y 's left subtree into x 's right subtree

// link x 's parent to y

8 **else** $x = x.p.left$

9 $x.p.left = y$

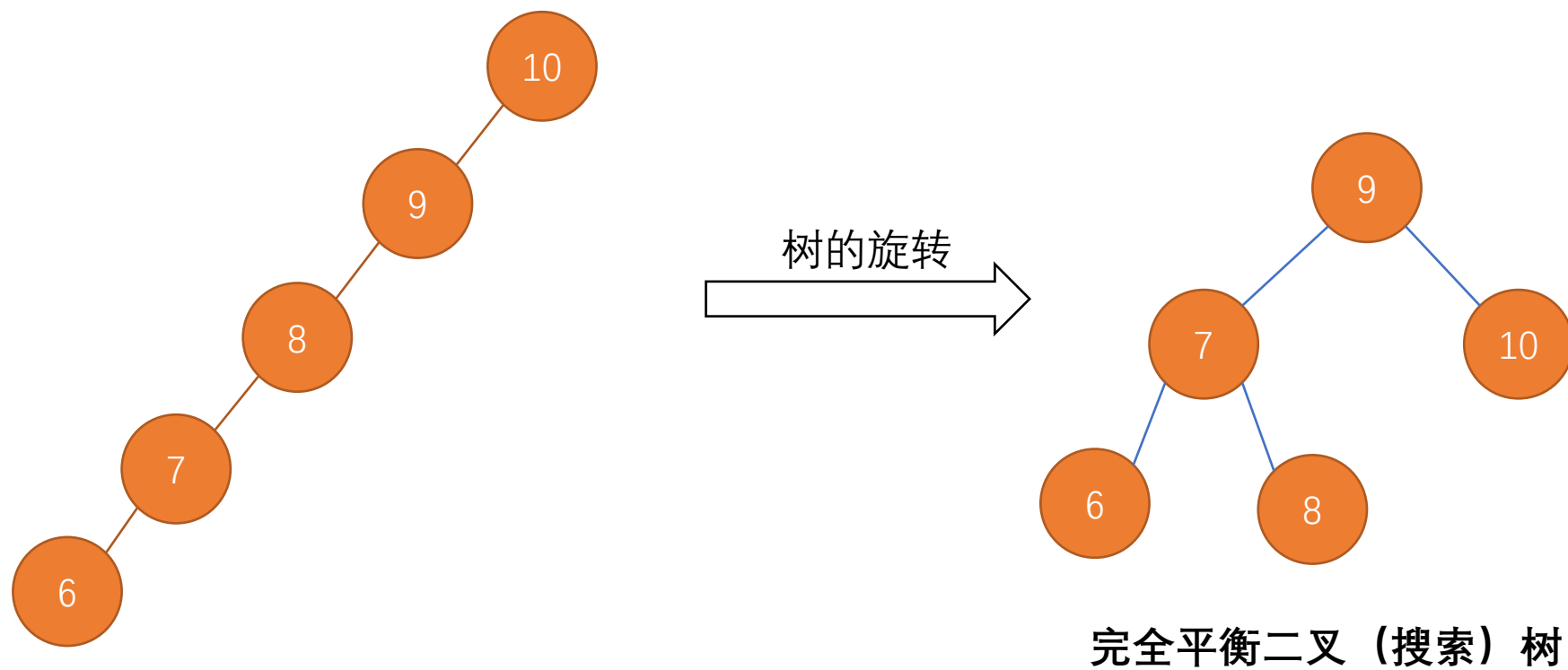
10 **else** $x.p.right = y$

11 $y.left = x$

// put x on y 's left

12 $x.p = y$

树的旋转



优点：查找时速度很快

缺点：插入速度慢，牵一发而动全身，需要不断旋转处理

学习红黑树

红黑树

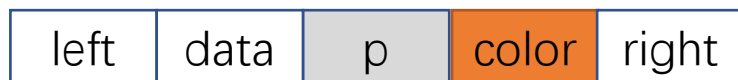
声明

红黑树并不是完全平衡二叉搜索树，它能够确保没有一条路径是其他路径的2倍长度，是近似平衡的。

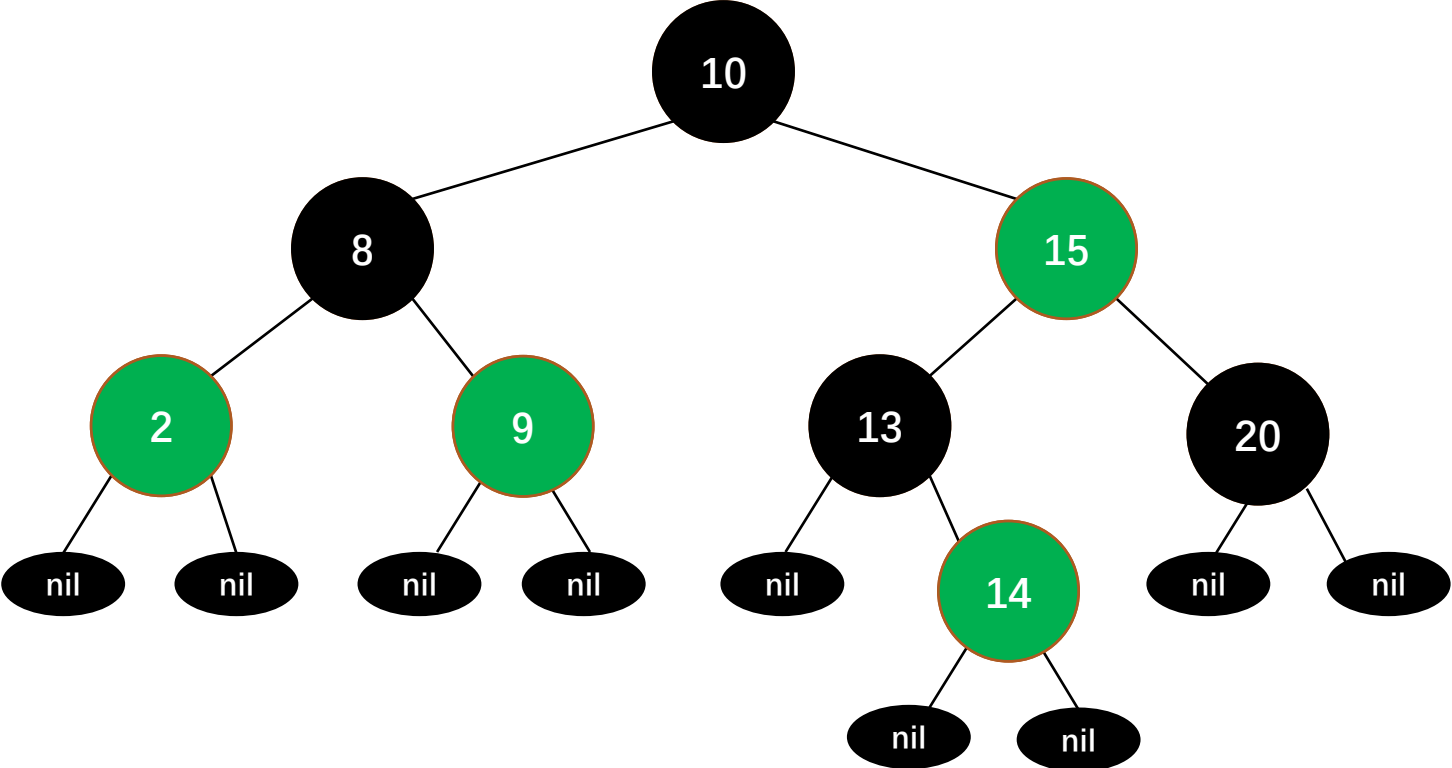
限制条件

1. 每个结点或是红色的，或是黑色的。
2. 根结点是黑色的。
3. 每个叶结点(NIL)是黑色的。
4. 如果一个结点是红色的，则它的两个子结点都是黑色的。
5. 对每个结点，从该结点到其所有后代叶结点的简单路径上，均包含相同数目的黑色结点。

树节点



红黑树



红黑树插入操作

规定

所有新插入的节点，都标记为 **红色**

不满足的性质

1. 每个结点或是红色的，或是黑色的。
2. 根结点是黑色的。
3. 每个叶结点(NIL)是黑色的。
4. 如果一个结点是红色的，则它的两个子结点都是黑色的。
5. 对每个结点，从该结点到其所有后代叶结点的简单路径上，均包含相同数目的黑色结点。

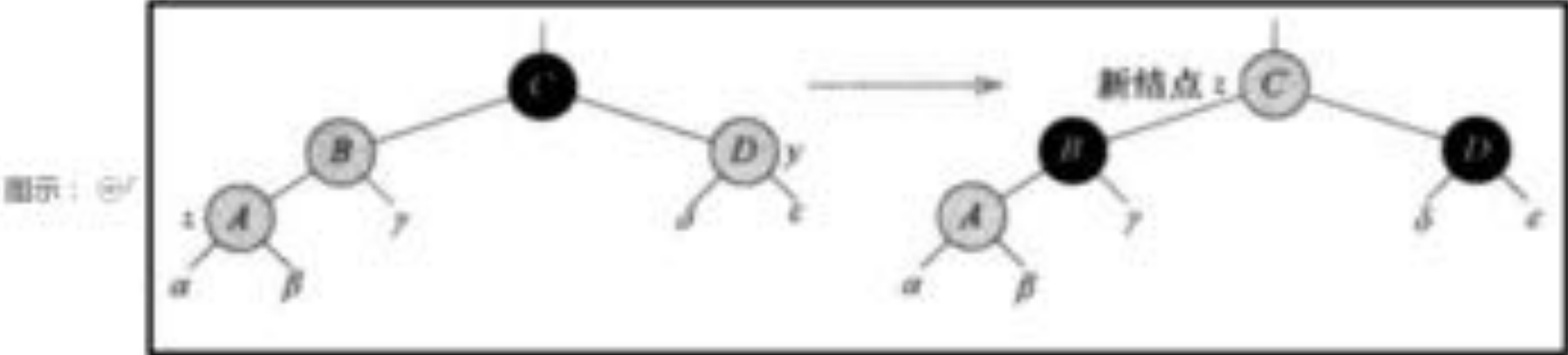
性质2：新节点是根节点

性质4：新节点的父节点是红色的

红黑树插入操作

情况1

- 描述：z的叔叔节点y是红色
- 处理：
- 1 将父节点和叔叔节点均变为黑色
 - 2 将爷爷节点变成红色
 - 3 将z指向爷爷节点，迭代继续



- 补充说明：
- 情况1不会涉及旋转
 - 情况1处理后，有可能转化为：情况1，情况2，情况3
 - 情况1有可能持续迭代，最终将root节点变红

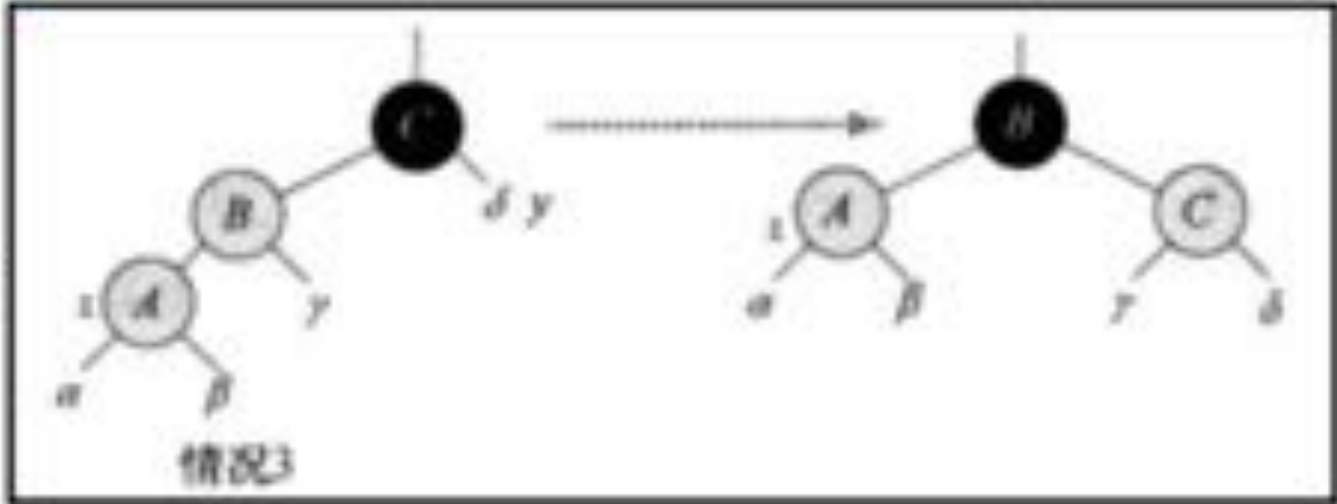
红黑树插入操作

情况3

描述：z的叔叔结点y是黑色的，并且z是左孩子

- 处理：
- 1 将父节点变成黑色，将爷爷节点变成红色
 - 2 拎起父节点（右旋）

图示：



补充说明：

- 情况3需要旋转（右旋）才能达到平衡
- 情况3是最后一步，不会转化其他情况，处理之后，调整完成

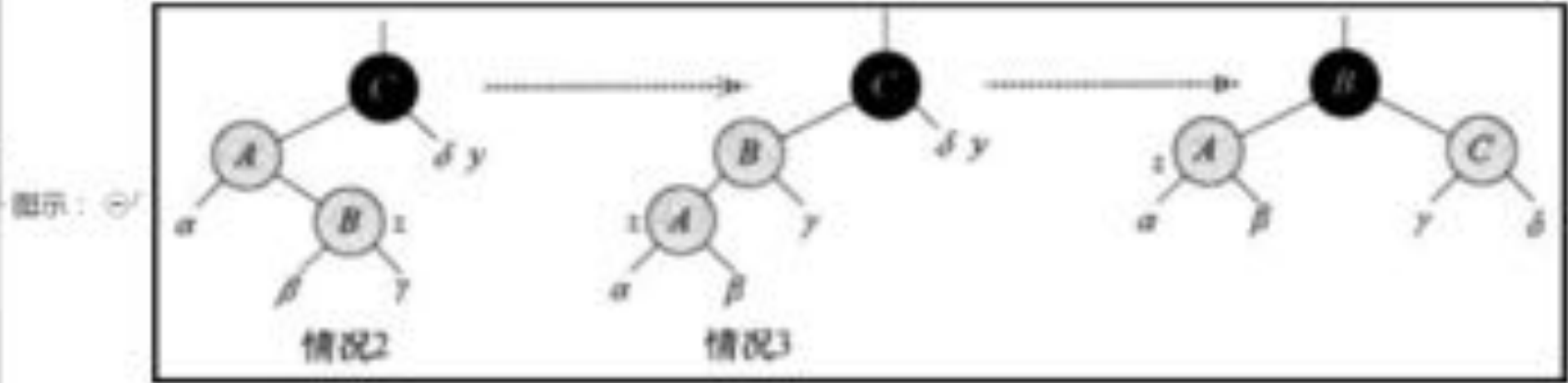
红黑树插入操作

情况2

描述：z的叔叔结点y是黑色的，并且z是右孩子

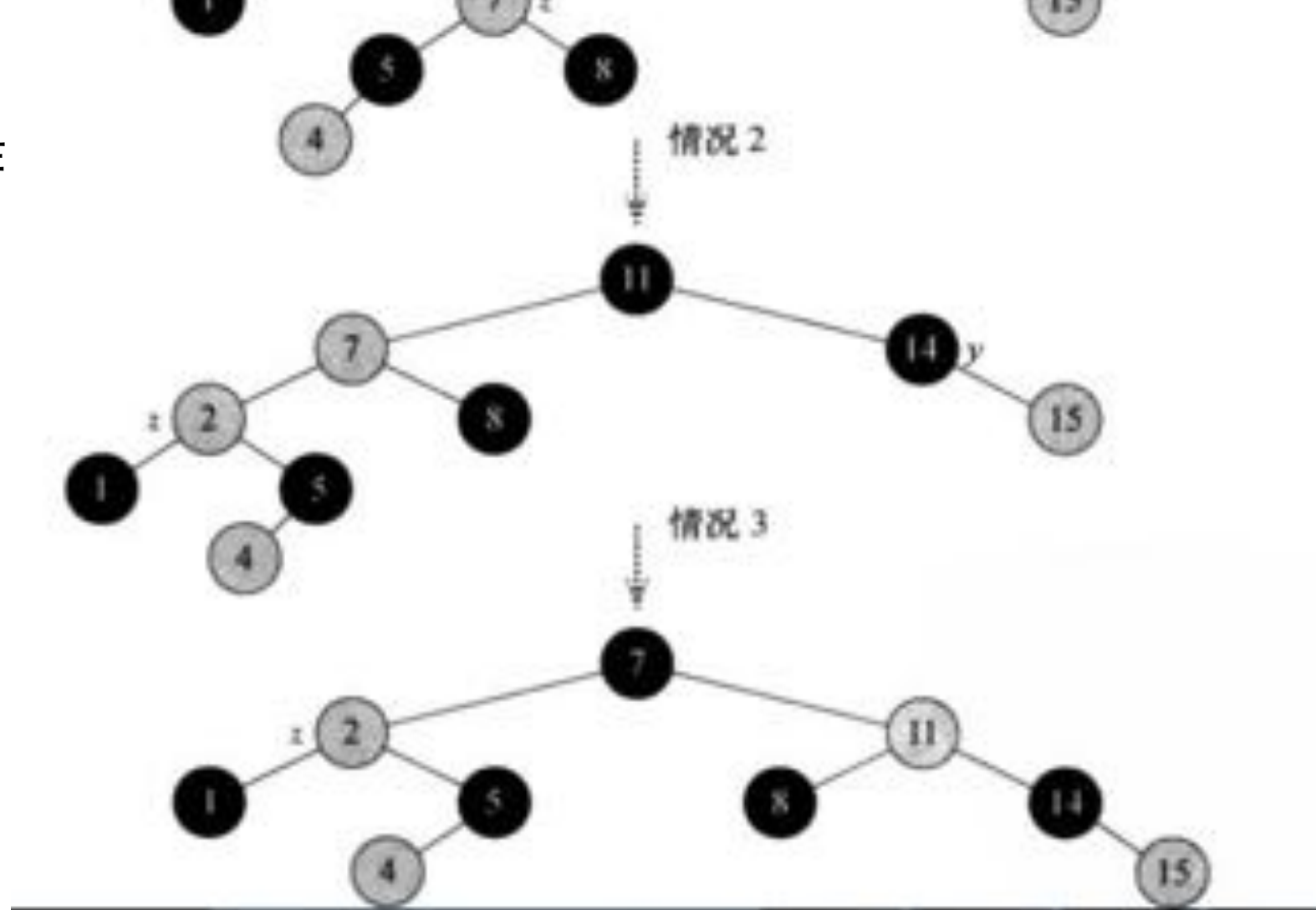
核心思想：将情况2先转化为情况3

处理：① 将z结点拎起来（左旋）
② 将z插入到它的左孩子（原来它爸爸）



补充说明：① 情况2需要旋转（左旋）
② 情况2一定会转化成情况3

红黑树插入操作



Q & A